# 不同序列拉曼光脉冲对原子重力仪灵敏度的影响\*

任利春<sup>128</sup>) 周 林<sup>128</sup>) 李润兵<sup>128</sup>) 刘 敏<sup>12</sup>) 王 谨<sup>12</sup>) 詹明生<sup>12</sup>

1)(中国科学院武汉物理与数学研究所波谱与原子分子物理国家重点实验室,武汉 430071)

2)(中国科学院冷原子物理中心,武汉 430071)

(2009年2月9日收到,2009年3月10日收到修改稿)

研究了不同序列拉曼光脉冲对原子重力仪灵敏度的影响.结果表明,通过调节脉冲间隔可以改善原子干涉重力仪的灵敏度.在标准配置下,只考虑重力及一阶重力梯度时,三脉冲序列(<u><del>π</u>2-π-<u>π</u>2)的原子干涉重力仪具有较大的灵敏度,四脉冲序列(<u><del>π</u>2-π-π</del>2)的原子干涉重力仪对重力不敏感,可用来测量重力梯度,五脉冲作用会降低原子干涉重力仪的灵敏度.</u></del></u>

关键词:原子重力仪,拉曼激光脉冲序列,灵敏度 PACC:3580

### 1.引 言

相对电子、中子、光子而言,原子具有较大的质 量,因此原子干涉仪比中子干涉仪、激光干涉仪对重 力更敏感.利用原子干涉仪可构建原子陀螺仪、原子 重力仪以及原子重力梯度仪等高灵敏度惯性传感 器.自从1991年原子干涉仪<sup>[1]</sup>实现以来,随着冷原 子物理与技术的不断发展,原子干涉仪在精密物理 测量领域受到了越来越广泛的关注.原子干涉重力 仪测量重力加速度的灵敏度已达到2×10<sup>-8</sup> gHz<sup>-1/2[2,3]</sup>;原子重力梯度仪的灵敏度已达到4× 10<sup>-9</sup>gHz<sup>-1/2[4]</sup>.原子陀螺仪可测量转动速率及地球 自转速率<sup>[5—9]</sup>.原子干涉仪还可用于牛顿引力常数 的测量<sup>[10—13]</sup>.用原子干涉仪测量精细结构常数的进 展<sup>[14]</sup>以及验证广义相对论弱等效原理<sup>[15,16]</sup>的方案 也引起了广泛的关注.由此可见,原子干涉仪在精密 物理测量方面具有独特的优势和巨大的发展潜力.

原子干涉重力仪的基本组成是原子干涉仪<sup>[17]</sup>. 比较典型的原子干涉仪有以下两种:一种是利用周 期性狭缝来操控原子的微结构式原子干涉仪<sup>[18]</sup>;另 一种是利用拉曼光脉冲序列相干地操控原子内态和 外态的拉曼式原子干涉仪<sup>[3,19,20]</sup>.拉曼光脉冲序列的 配置对原子重力测量灵敏度具有重要影响.郑森林 等<sup>[21]</sup>基于描写原子运动的 3×3 阶矩阵,研究了四 脉冲拉曼光序列对三能级原子重力仪测量精度的影 响,提出了一种提高三能级原子重力仪测量精度的影 方法.本文通过求解原子运动的 Lagrange 方程,分析 了三脉冲、四脉冲、五脉冲等不同序列拉曼光对原子 干涉重力仪灵敏度的影响,结果对开展实验研究具 有指导意义.

#### 2. 受激拉曼跃迁中干涉相位的计算

受激拉曼跃迁与三能级原子相互作用的结构如 图 1 所示,两个激光场  $R_1$ , $R_2$ 分别将原子的基态 |a 及 |b 耦合至激发态 |e.在原子干涉仪中,拉曼 光脉冲序列有两脉冲 $\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}\right)$ 、三脉冲 $\left(\frac{\pi}{2}-\pi-\frac{\pi}{2}\right)$ 、四 脉冲 $\left(\frac{\pi}{2}-\pi-\pi-\frac{\pi}{2}\right)$ 以及五脉冲 $\left(\frac{\pi}{2}-\pi-\pi-\frac{\pi}{2}\right)$ 等多种 形式.不同脉冲序列组合的原子干涉仪的实验结果 已有报道<sup>[22]</sup>.

原子干涉仪中两个干涉路径的总相移由以下三 部分组成:传播相位、激光相位和波包分离相位,可

<sup>3)(</sup>中国科学院研究生院,北京 100049)

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号:10774160,10827404)和国家重点基础研究发展计划(批准号:2005CB724505-1)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail:mszhan@wipm.ac.cn



8231



图 1 三能级原子体系与双光子受激拉曼跃迁示意图

以写成[22]

$$\Delta \varphi_{\text{total}} = \Delta \varphi_{\text{prop}} + \Delta \varphi_{\text{laser}} + \Delta \varphi_{\text{sep}}. \quad (1)$$

计算相位差时,先写出原子系统的 Lagrange 量 L,然 后计算出经典的原子运动的轨迹方程.通过轨迹方 程来求不同干涉路径所引起的相互作用量,最后利 用量子力学中相互作用量与相位对应的关系,将其 转换为原子物质波的相位差.在原子干涉仪实验中, 原子团分开的距离是一个很小的量.本文中,在计算 原子位置时取其速度的平均值,即  $v_0 + v_{rec}/2$ .这样 便于在一定量级上研究脉冲间隔对相位差的影响, 而且误差很小,在某种情况下甚至与完整的路径积 分给出的结果一致.

假定原子在具有一阶线性梯度的重力场中运动,原子的运动可以通过经典力学的方式来描述,同时原子具有内部的量子态,通过光与原子的相互作用,把内部量子状态与外部运动状态联系起来.原子的运动可以通过求解 Lagrange 方程得到,在一阶线性梯度重力场中运动的 Lagrange 量可写为<sup>[3]</sup>

$$L = \frac{1}{2}m\dot{z} - mg_0z + \frac{1}{2}m\gamma z^2 , \qquad (2)$$

其中 m 为原子质量, z 为原子位移, g0 为原点处的

重力加速度, $\gamma$ 为重力场的一阶线性梯度.把(2)式 代入 Euler-Lagrange 方程,代入初始条件 z(t=0)= $z_0$ , $u(t=0)=v_0$ ,求解后可得<sup>3]</sup>

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(t, v_0, z_0) &= \frac{g_0}{\gamma} + \left(z_0 - \frac{g_0}{\gamma}\right) \cosh(t\sqrt{\gamma}) \\ &+ \frac{v_0}{\sqrt{\gamma}} \sinh(t\sqrt{\gamma}). \end{aligned} \tag{3}$$

为了表示的方便 在此定义

$$\phi_i(t_i) = k_{\text{eff}} z(t_i v_0 + v_{\text{rec}}/2 z_0),$$
 (4)

其中  $v_{rec} = \frac{\hbar k_{eff}}{m}$ 为双光子反冲速度 ,与拉曼光的有效 波矢  $k_{eff}$ 成正比 ,代表了一个拉曼光脉冲作用后原子 获得的速度增量大小 ,决定了干涉仪不同路径分开 距离的大小.同时定义  $\Delta \phi_{three} \Delta \phi_{four}$ 和  $\Delta \phi_{fivee}$  ,分别代 表三脉冲、四脉冲、五脉冲作用下获得的相位差.

为了满足原子的干涉以及相位匹配条件,整个 脉冲的作用时间为 2*T* 时,对于三个脉冲作用,难以 进行脉冲时间间隔的调节.四个以及更多脉冲作用 的时候,可以进行脉冲时间间隔的调节.在只考虑重 力加速度和一阶重力梯度、不考虑转动加速度等其 他条件下,进行下面的分析.实际上, $\gamma$  约为 10<sup>-6</sup>s<sup>-2</sup> 量级<sup>[3]</sup>,比其他参数要小若干个量级,因此在分析时 只考虑到  $\gamma$  的一次项.当不考虑一阶重力梯度(即 取  $\gamma = 0$ )时,重力加速度引起的相位为主要相位项.

#### 3. 计算结果及分析

三脉冲拉曼光序列 $\left(\frac{\pi}{2} - \pi - \frac{\pi}{2}\right)$ 作用过程如图 2 所示.计算可得

$$\Delta \phi_{\text{three}} = T^2 g_0 k_{\text{eff}} + \frac{1}{12} T^2 \gamma k_{\text{eff}} (7 T^2 g_0) - 12 T v_0 - 6 T v_{\text{reg}} - 12 z_0 ).$$
 (5)

 $-12Tv_0 - 6Tv_{rec} - 12z_0$ ). (5) 这个结果与文献[3]所报道的结果相符,和 Wolf 等<sup>[23]</sup>对经典轨迹进行 Lagrange 积分所得出的结果一



图 2 三脉冲作用下原子态的演化及运动轨迹 实线和虚线分别对应于原子态 | a 和 | b

致,也和 Bordé 等<sup>241</sup>利用 2×2 矩阵方法得到的结果 相同.此种情况下 (5)式中与重力加速度相关的第 一项的系数为 1.

四脉冲拉曼光序列作用的冷原子干涉过程如图

3所示.

假定整个脉冲的作用时间为 2*T*.为了满足原子的 干涉以及相位匹配条件 各个脉冲作用的时刻分别为  $T_1$ =0, $T_2 = c T$ , $T_3 = (1 + c) T$ , $T_4 = 2 T$ 其中 0 < c < 1.



图 3 四脉冲作用下原子态的演化及运动轨迹

在四脉冲拉曼光序列 $\left(\frac{\pi}{2} - \pi - \pi - \frac{\pi}{2}\right)$ 作用下,原子 干涉形成了两个干涉环路,此时,总干涉面积的一部 分被抵消.具体计算如下:

$$\Delta \phi_{\text{four}} = -\left[ \phi_4(T_4) - 2\phi_3(T_3) + 2\phi_2(T_2) - \phi_1(T_1) \right].$$
(6)

把  $T_1 = 0$ ,  $T_2 = cT$ ,  $T_3 = (1 + c)T$ ,  $T_4 = 2T$  代入(6) 式得到

$$\Delta \phi_{\text{four}} = -\left[ \phi_4(2T) - 2\phi_3(T+cT) + 2\phi_2(cT) - \phi_1(0) \right].$$
(7)

把(3)(4)与(7)式结合 整理可得

$$\Delta \phi_{\text{four}} = -(-1 + 2c)T^{2} g_{0} k_{\text{eff}} - \frac{1}{12}T^{2} \gamma k_{\text{eff}}$$

$$\times [(-7 + 4c + 6c^{2} + 4c^{3})g_{0}T^{2} + 12(1 - c - c^{2})Tv_{0} + 6(1 - c - c^{2})Tv_{\text{rec}} + 12(1 - 2c)z_{0}]. \qquad (8)$$

当整个作用时间为 2*T* 时,如果脉冲序列中  $\left(\frac{\pi}{2}-\pi\right)$ 之间的时间间隔是 $(\pi-\pi)$ 的一半,则称为标准 配置,这种情况下形成的所有干涉环路的面积相等. 令(-1+2c)=0,则有 c=1/2,得到标准四脉冲序 列.此时由(8)式可以看出,与重力相关的主要相位 项为零.这与文献[25]中所讨论的标准四脉冲干涉 仪对重力加速度不敏感的结论一致.c=0 时,与重 力相关的主要相位项系数为最大值1.此时,中间的 一个  $\pi$ 脉冲没有发挥作用,四脉冲作用相当于三脉 冲作用.这说明在上述条件下三脉冲序列的原子干 涉重力仪具有最佳的灵敏度. 实线和虚线分别对应于原子态 | a 和 | b

五脉冲拉曼光序列作用的情况如图 4 所示.同 样假定整个脉冲的作用时间为 2*T*,原子的干涉路径 形成了三个环路.为了满足原子的干涉以及相位匹 配条件,各个脉冲作用的时刻分别为  $T_1 = 0$ , $T_2 = a$ *T*, $T_3 = (1 + a - b) T$ , $T_4 = (2 - b) T$ , $T_5 = 2 T$ ,其 中 0 < a ,b < 1.

五脉冲拉曼光序列 $\left(\frac{\pi}{2}$ - $\pi$ - $\pi$ - $\frac{\pi}{2}\right)$ 作用引起的 相位差可以表示为

$$\Delta \varphi_{\text{five}} = -\left[ \varphi_{5}(T_{5}) - 2\varphi_{4}(T_{4}) + 2\varphi_{3}(T_{3}) - 2\phi_{2}(T_{2}) - \phi_{1}(T_{1}) \right]. \qquad (9)$$

$$\text{II:} T_{1} = 0, T_{2} = aT, T_{3} = (1 + a - b)T, T_{4} = (2 - b)$$

$$T, T_{5} = 2T \text{ ($\uparrow$} \Lambda(9)\text{ ::} \text{:} \text{:} \text{:} T_{5} = -\left[ \phi_{5}(2T) - 2\phi_{4}(2T - bT) + 2\phi_{3}(T + aT - bT) \right]$$

$$-2\phi_{2}(aT) - \phi_{1}(0)]. \qquad (10)$$

整理后可得

$$\Delta \phi_{\text{five}} = (-1 + 2a + 2b - 2ab) k_{\text{eff}} g_0 T^2 + 2k_{\text{eff}} z_0 + \frac{1}{12} \gamma [-7 + 4a + 6a^2 + 4a^3 + 28b - 12ab - 12a^2b - 4a^3b - 18b^2 + 12ab^2 + 6a^2b^2 + 4b^3 - 4ab^3)] \times k_{\text{eff}} g_0 T^4 + 12(1 - a - a^2 - 3b + 2ab + a^2b + b^2 - ab^2) k_{\text{eff}} v_0 T^3 + 6(1 - a - a^2 - 3b + 2ab + a^2b + b^2 - ab^2) \times k_{\text{eff}} v_{\text{rec}} T^3 + 12(1 - 2a - 2b + 2ab) \times k_{\text{eff}} z_0 T^2], \qquad (11)$$



图 4 五脉冲作用下原子态的演化及运动轨迹 实线和虚线分别对应于原子态 | a 和 | b

在(11)式中,第一项的系数为-1+2a+2b-2ab.为了研究该系数的变化,在 a,b的取值范围内 有f(a,b)= -1+2a+2b-2ab,其中0<a,b< 1.因而f(a,b)的取值在-1到1之间.

当 f(a, b)=1时 得到 a+b-ab = 1.所有在 取值范围内满足这个条件的 a 和 b 都能够得到重力 最佳敏感的脉冲序列配置.a 和 b 的取值有以下两种 情况:一种是 a=1,b 在取值范围内取任意值;另一 种是 b=1,a 在取值范围内取任意值.当 a 和 b 满足 上述条件时 系数 f(a, b)取最大值1.此时五脉冲作 用相当于三脉冲作用,这也说明在上述条件下三脉冲 序列的原子干涉重力仪具有最佳的灵敏度.

当 f(a,b)=0时,得到 a+b-ab=1/2.所有在 取值范围内满足这个条件的 a 和 b 都能够得到重 力加速度不敏感的脉冲序列配置.以 a=b 情况为 例 则有  $f(a)=-1+4a-2a^2$ .



在特殊条件(a = b)下 系数f(a)随脉冲间隔a

图 5 重力加速度系数与脉冲间隔的关系 图中显示了 *a* = *b* = 0.293 时重力不敏感零点的存在

变化的关系如图 5 所示, 由此可以看出曲线存在零 点.此时, 五脉冲原子干涉重力仪对重力加速度不敏 感.由 a = b 和 - 1 + 2a + 2b - 2ab = 0 可推出,  $a = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$ .取 a < 1 的解, 对重力不敏感的条件为 a = 1 $-\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.293$ .此时, 在脉冲序列中各个脉冲作用的 时刻分别为  $T_1 = 0$ ,  $T_2 = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}T$ ,  $T_3 = T$ ,  $T_4 = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}T$ ,  $T_5 = 2T$ .

下面就标准配置拉曼光脉冲序列作用的效果进 行分析.

若在图 3 中取 *c* = 1/2 则相当于四脉冲作用 ,具 体过程如图 ((a)所示 ,原子干涉形成了两个干涉环 路 ,此时总干涉面积的一部分被抵消 ,结果如下:

$$\Delta \phi_{\text{four}} = \frac{1}{8} T^3 \gamma k_{\text{eff}} (2Tg_0 - 2v_0 - v_{\text{rec}}). \quad (12)$$

若在图 4 中取 *a* = *b* = 1/3 则相当于四脉冲作 用 具体过程如图 6( b)所示 ,重力加速度引起的相 位差可以由下式表示:

$$\Delta \phi_{\text{five}} = \frac{1}{972} T^2 \gamma k_{\text{eff}} (103 T^2 g_0 - 108 T v_0 - 54 T v_{\text{rec}} - 108 z_0) + \frac{1}{9} k_{\text{eff}} (T^2 g_0 + 18 z_0). \quad (13)$$

定义  $C_i$ (*i* = 3 *A 5* 为脉冲数)为重力加速度相关的 *T*<sup>2</sup> 项的系数在此种情况下,四脉冲对重力加速度不 敏感, $C_4$  = 0 相位差中只含有与一阶重力梯度相关 的项,此时原子干涉仪系统可作原子梯度仪;三脉冲 (见(5)式)与五脉冲比较,总的作用时间为 2*T*,对于 与重力加速度相关  $T^2$  项  $C_3: C_5 = 9:1.$ 由系数之比



图 6 标准配置的四脉冲、五脉冲拉曼光序列作用下原子态的演化以及原子运动轨道变化 (a)四脉冲,(b)五脉冲,实线 和虚线分别对应于原子态1a 和1b.

可以看出,在相同的作用时间2T下,脉冲数越多, 重力加速度相关 T<sup>2</sup>项的系数越小,重力仪的灵敏 度越低。

4.结 论

总之,在只考虑重力以及一阶重力梯度的情况 下,不同序列拉曼光脉冲对原子干涉重力仪的灵敏 度有较大的影响.在相同时间间隔的脉冲作用下,三 脉冲拉曼光序列为最佳的作用形式,此时原子重力 的灵敏度最高;四脉冲拉曼光序列作用时,原子干涉 仪形成了两个环路,相位差相互抵消,此时如果采用 标准配置的脉冲序列,原子重力仪对重力加速度不 敏感.考虑一阶重力梯度时,相位项只与一阶重力梯 度有关,四脉冲拉曼光序列的原子干涉仪不能用来 测量重力加速度,但可以用来测量一阶重力梯度.多 于四个脉冲的拉曼光序列作用时,原子重力仪对于 重力引起的相位差变小,对重力加速度的响应减小.

- [1] Kasevich M A , Chu S 1991 Phys. Rev. Lett. 67 181
- [2] Peters A , Chung K Y , Chu S 1999 Nature 400 849
- [3] Peters A, Chung K Y, Chu S 2001 Metrologia 38 25
- [4] McGuirk J M, Foster G T, Fixler J B, Snadden M J, Kasevich M A 2002 Phys. Rev. A 65 033608
- [5] Gustavson T L , Landragin A , Kasevich M A 2000 Class . Quantum Grav. 17 2385
- [6] Canuel B , Leduc F , Holleville D , Gauguet A , Fils J , Virdis A , Clairon A , Dimarcq N , Bordé C J , Landragin A 2006 Phys. Rev. Lett. 97 010402
- [7] Durfee D S , Shaham Y K , Kasevich M A 2006 Phys. Rev. Lett.
   97 240801

- [8] Gustavson T L 2000 Ph. D. Dissertation (Palo Alto : University of Stanford)
- [9] Zhu C X, Feng Y Y, Ye X Y, Zhou Z Y, Zhou Y J, Xue H B 2008 Acta Phys. Sin. 57 808 (in Chinese)[朱常兴、冯焱颖、叶 雄英、周兆英、周永佳、薛洪波 2008 物理学报 57 808]
- [10] Fixler J B , Foster G T , McGuirk J M , Kasevich M A 2007 Science 315 74
- [11] Bertoldi A, Lamporesi G, Cacciapuoti L, de Angelis M, Fattori M, Petelski T, Peters A, Prevedelli M, Stuhler J, Tino G M 2006 Euro. Phys. J. D 40 271
- [12] Lamporesi G , Bertoldi A , Cacciapuoti L , Prevedelli M , Tino G M 2008 Phys. Rev. Lett. 100 050801

- [13] Müller H, Chiow S, Herrmann S, Chu S 2008 Phys. Rev. Lett. 100 031101
- [14] Weiss D S , Young B C , Chu S 1994 Appl. Phys. B 59 217
- [15] Fray S, Diez C A, Hänsch T W, Weitz M 2004 Phys. Rev. Lett. 93 240404
- [16] Dimopoulos S, Graham P W, Hogan J M, Kasevich M A 2007 Phys. Rev. Lett. 98 111102
- [17] Zhou S K, Zhan M S 1993 Chin. J. Quantum Electron. 10 97 (in Chinese) [周士康、詹明生 1993 量子电子学报 10 97]
- [18] Keith D W, Ekstrom C R, Turchette Q A, Pritchard D E 1991 Phys. Rev. Lett. 66 2693

- [19] Moler K, Weiss D S, Kasevich M A, Chu S 1992 Phys. Rev. A 45 342
- [20] Li R B , Wang P , Yan H , Wang J , Zhan M S 2008 Phys. Rev. A 77 033425
- [21] Zheng S L, Chen J, Lin Q 2005 Acta Phys. Sin. 54 3535 (in Chinese) [郑森林、陈 君、林 强 2005 物理学报 54 3535]
- [22] Bongs K , Launay R , Kasevich M A 2006 Appl. Phys. B 84 599
- [23] Wolf P, Tourrenc P 1999 Phys. Lett. A 251 241
- [24] Bordé C J 2001 C. R. Acad. Sci. Paris 2 509
- [25] Dubetsky B , Kasevich M A 2006 Phys. Rev. A 74 023615

## Dependence of sensitivity of atom interferometer gravimeters on the Raman laser pulse sequences \*

Ren Li-Chun<sup>1,2,3)</sup> Zhou Lin<sup>1,2,3)</sup> Li Run-Bing<sup>1,2,3)</sup> Liu Min<sup>1,2)</sup> Wang Jin<sup>1,2)</sup> Zhan Ming-Sheng<sup>1,2,†</sup>

1) State Key Laboratory of Magnetic Resonance and Atomic and Molecular Physics , Wuhan Institute of Physics and Mathematics ,

Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

2 X Center for Cold Atom Physics , Chinese Academy of Sciences , Wuhan 430071 , China )

3 & Graduate School, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

(Received 9 February 2009; revised manuscript received 10 March 2009)

#### Abstract

We investigate the dependence of the sensitivity of atom interferometer gravimeter on the Raman laser pulse sequence. The sensitivity of atom gravimeter can be adjusted by changing the pulse duration. Under the standard pulse configuration condition, the atom interferometer with four pulses is insensitive to the gravity if only gravity and its first order gradient are taken into account. The three-pulse Raman atom interferometer gravimeter displays best sensitivity. Atom interferometers with more than four Raman pulses show poorer sensitivity.

Keywords : atom gravimeter , Raman laser pulse sequence , sensitivity PACC : 3580

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10774160,10827404), the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2005CB724505-1).

<sup>†</sup> Correspondaing author. E-mail:mszhan@wipm.ac.cn